



Olimpiadas Regionales de Matemática, 2015.
 Universidad de Antioquia
 www.gkmath.com

AVISO: *Los textos aquí publicados son responsabilidad total de sus creadores. Estos son materiales en construcción.*

*Errores y/o comentarios por favor comunicarlos a:
 olimpiadasmaticas@udea.edu.co*

Algunas nociones de Aritmética.

Números primos.

1. Encuentre el menor primo p tal que $71p + 1$ es un cuadrado perfecto.
2. ¿Cuántos números primos p satisfacen que $p + 2$ y $p^2 + 2$ también son primos.
3. Para cuántos valores de n es $n^2 - 3n + 2$ un número primo?
4. Encuentre el menor entero $x > 100$ tal que cada permutación de los dígitos de x es un número primo.
5. Un número primo p se llama *Superprimo* si $2p - 1$ también es primo. ¿Cuántos números Superprimos hay entre 1 y 100?
6. ¿Cuántos números primos de dos dígitos existen tal que cada dígito es primo?
7. Si m y n son ambos números enteros positivos, ¿Cuántos pares ordenados (m, n) con $m \leq n$ hay tales que

$$(m + n)^2 + 2(m + n) - 35$$

es un número primo?

Calculando los últimos dígitos.

1. Encuentre el último dígito de 2^{2015}
2. Encuentre los dos últimos dígitos de $11^{11^{11}}$.
3. Encuentre el residuo de dividir $2^{5^9} + 5^{9^2} + 9^{2^5}$ por 11.

Contando los divisores.

1. ¿Cuál es el menor entero positivo con exactamente 14 divisores positivos?
2. ¿Cuántos números entre 1 y 2015 son múltiplos de 2 ó de 3?
3. ¿Cuántos enteros positivos diferentes son divisores de 1000000000000?
4. ¿Cuántos divisores tiene el número 7200?
5. ¿Cuántos cuadrados perfectos dividen a 3600?
6. ¿Cuántos divisores pares tiene el número $2^5 3^2 5^2$?

Divisibilidad.

1. ¿Cuántos divisores enteros positivos tiene $12!$?
2. ¿Cuántos enteros entre 1 y 2015 satisfacen que son divisibles por 6 pero no por 9?
3. Si A es la suma de los divisores de 500. ¿Cuál es la suma de los divisores primos de A ?
4. ¿Cuántos de los factoriales del $1!$ al $100!$ son divisibles por 9?
5. Encuentre el mayor número de tres dígitos que sea divisible por 9 y cuyos dígitos estén en orden creciente de izquierda a derecha.
6. ¿Cual es el mayor valor de x tal que x^2 divida a $(24)(35)(46)(57)$?
7. Encuentre el mayor n tal que 2^n divide a $20!$

El M.C.D. y el M.C.M

1. El mínimo común múltiplo de dos números es 3780. y el máximo común divisor es 18. Dado que uno de los números es 180. ¿Cuál es el otro número?
2. ¿Para cuántos enteros n entre 1 y 100 es el máximo común divisor entre n y 15 igual a 3?
3. Encuentre n si el $mcd(n, 40)$ y el $mcm(n, 40) = 280$.
4. Dado que a es un múltiplo impar de 7767 Encuentre el máximo común divisor entre $6a^2 + 49a + 108$ y $2a + 9$.
5. El máximo común divisor de n y 180 es 12. El mínimo común múltiplo de n y 180 es 720. Encuentre n . Si el mínimo común múltiplo entre A y B es 1575 y la razón $\frac{A}{B}$ es $3 : 7$, ¿cuál es su máximo común divisor?

Ecuaciones con soluciones enteras.

1. Si a , b y c son enteros positivos tales que $ab = 24$, $ac = 48$ y $bc = 72$. Encuentre $a + b + c$.
2. El producto $ab = 1200$, donde a es un entero y b es un entero impar, ¿cuál es el mayor valor de b ?
3. Supongamos que r , s y t son tres enteros positivos diferentes tales que $rst = 48$. ¿Cuál es el menor valor positivo posible para la suma $r + s + t$?
4. Si x y y son enteros positivos con $x > y$ y $x + xy = 391$. ¿Cuál es el valor de $x + y$?
5. El número n es constante tal que la ecuación

$$2a + 3b = 4n$$

tiene 20 soluciones en los enteros positivos. ¿En cuántas de estas soluciones es b un número par?

¿Es o no un entero?

1. Determine el menor entero n tal que $\frac{100!}{(50)^n}$ no es un entero.
2. ¿Para cuántos valores n es $72\left(\frac{3}{2}\right)^n$ igual a un entero.
3. Encuentre el número de triplas ordenadas (a, b, c) tal que abc divida a $(ab + 1)(bc + 1)(ca + 1)$.

Hallando los dígitos.

1. Si $a679b$ es un número de cinco dígitos en base 10 el cual es divisible por 72, determinar a y b .
2. El número $20150000201d$ es un número primo, ¿Cuál es el dígito d que satisface esto?
3. Sea n un número de tres dígitos tal que su cifra de las centenas es 3, el de las decenas es x y el de las unidades es 7, así $n = 3x7$, similarmente tenemos al número $m = 26y$. ¿Cuántos pares (x, y) de dígitos existen tal que 33 divide a la suma $n + m$?
4. Si N es un dígito tal que el entero $\overline{62N}$ es múltiplo de 11. ¿Cuál es el valor de N ?
5. Si N es un dígito tal que el entero $\overline{52N}$ es múltiplo de 9. ¿Cuál es el valor de N ?
6. ¿Cuántos dígitos N satisfacen que el entero $48N6$ es múltiplo de 3?
7. Encuentre el mayor número entero de siete dígitos que es divisible por 132 y cuyos dígitos en orden son $2, 0, x, y, 1, 2, z$, donde x, y y z son simples dígitos.