



Olimpiadas Regionales de Matemática, 2015.
 Universidad de Antioquia
 www.gkmath.com

AVISO: Los textos aquí publicados son responsabilidad total de sus creadores. Estos son materiales en construcción.

Errores y/o comentarios por favor comunicarlos a:
 olimpiadasmaticas@udea.edu.co

Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

1. Si $x - y = 2$ y $x^2 - y^2 = 8$. ¿Cuál es el valor de $2x - 6y$?
2. Si $x + \frac{1}{x} = 5$. ¿Cuál es el valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$?
3. Si $x + \frac{1}{x} = 5$. ¿Cuál es el valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$?
4. Si $xy = 4$ y $x^2 - y^2 = 9$. ¿Cuál es el valor de $\frac{2x}{y} - \frac{2y}{x}$?
5. Encuentre todas las soluciones reales de la ecuación

$$x^2 - 5x + 2\sqrt{x^2 - 5x + 3} = 12$$

6. Supongamos que a, b, c y d son enteros positivos tales que $a^5 = b^4$, $c^3 = d^2$, y $c - a = 19$. Determine $d - b$.
7. Supongamos que x y y son números reales no negativos tales que $x^2 + y^2 = 5$ y $xy = 7$. Determine $x + y$.
8. Supongamos que x y y son dos números reales tales que $xy = 6$ y $x^2y + xy^2 + x + y = 63$. Encuentre $x^2 + y^2$.

9. Si x , y y z son enteros positivos tales que $xy = 24$, $xz = 48$ y $yz = 72$, encuentre el valor de $x + y + z$.
10. Determine las parejas (x, y) de números reales que satisfacen las ecuaciones $x + xy + y = -9$ y $x^2 + y^2 = 17$.
11. Si x y y son enteros tales que

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 &= 70 \\xy + x + y &= 17,\end{aligned}$$

encuentre el valor de $x^2 + y^2$.

12. Sea $a + 1 = b + 2 = c + 3 = d + 4 = a + b + c + d + 5$. Encuentre el valor de $a + b + c + d$.
13. Si $\frac{a + 3b}{a - 3b} = 7$, entonces el valor de $\frac{a + 2b}{a - 2b}$ es:
14. Sean a y b números reales distintos que satisfacen que

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 3b}{b + 3a} = 2.$$

Encuentre a/b .

15. Resolver el sistema

$$\begin{aligned}x^2 + y &= 3/4 \\x + y^2 &= 3/4.\end{aligned}$$

16. Supongamos que a , b y c son números distintos y satisfacen las ecuaciones

$$a^2 - bc = 7 \quad b^2 + ac = 7 \quad c^2 + ab = 7.$$

Encuentre $a^2 + b^2 + c^2$.

17. Si $x^2 + xy + y^2 = 84$ y $x - \sqrt{xy} + y = 6$. Encuentre el valor de xy .

18. ¿Cuántas tripletas (x, y, z) de números racionales satisfacen el sistema de ecuaciones a continuación?

$$\begin{aligned}x + y + z &= 0 \\xyz + z &= 0 \\xy + yz + xz + y &= 0.\end{aligned}$$

19. Sean a , b y c enteros positivos que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}7a^2 - 3b^2 + 4c^2 &= 8 \\16a^2 - 7b^2 + 9c^2 &= -3.\end{aligned}$$

Encuentre $a^2 + b^2 + c^2$.

20. Sean a , b y c números reales tales que $a+b+c = 5$ y $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} = 6$.
¿Cuál es el valor $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$?