

1. Lógica

1. John contó el número de subconjuntos que tiene el conjunto X , y Mary contó el número de subconjuntos que tiene el conjunto Y . Si John contó 96 subconjuntos más que Mary, ¿cuántos elementos tiene X ?

- (a) 3 Elementos
- (b) 7 Elementos
- (c) 9 Elementos
- (d) 17 Elementos
- (e) 55 Elementos

2. Se tienen unos boletos enumerados del 1 al N y exactamente la mitad de los boletos tienen al dígito 1. Si N es un número de 3 dígitos, ¿cuáles números cumplen tal condición?

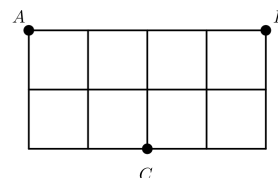
- (a) 272 y 315
- (b) 270 y 235
- (c) 160 y 315
- (d) 160 y 235
- (e) 270 y 272

3. Consideremos todos los subconjuntos no vacíos de 1, 2, 3, 4, 5. Cada subconjunto es organizado de mayor a menor y luego sumados de manera alternante: por ejemplo para el conjunto 3, 1, 5 lo ordenamos 5, 3, 1 y la suma alternante sería $5 - 3 + 1 = 3$. ¿Cuánto vale la suma de todos los resultados obtenidos en el proceso anterior?

- (a) 40
- (b) 60
- (c) 80
- (d) 70
- (e) 50

4. De cuantas maneras se puede ir desde el punto A hasta el punto B desplazándose por los segmentos del tablero mostrado en la figura, si se deben respetar las siguientes reglas:

- No se puede pasar dos veces por un mismo punto.
- Solo se pueden hacer tres tipos de movimientos desplazándose por los segmentos: hacia la derecha, hacia arriba, hacia abajo.
- Se tiene que pasar por el punto C.



- (a) 1
- (b) 8
- (c) 27
- (d) 30
- (e) 36

2. Álgebra

5.Cuál es valor de b que satisface la expresión $\frac{11}{\log_2 x} + \frac{1}{2 \log_{25} x} - \frac{3}{\log_8 x} = \frac{1}{\log_b x}$?

- (a) 10
- (b) 12
- (c) 19
- (d) 20
- (e) 25

6. Suponga que f es una función tal que: $f(1/x) - 2f(x) = x$ para cada $x \neq 0$. Hallar el valor de $f(3)$.

- (a) $-\frac{19}{9}$
- (b) $\frac{1}{3}$
- (c) 3
- (d) $\frac{2}{3}$
- (e) $-\frac{1}{3}$

7. Un número de 5 dígitos se divide entre 100, llamemos k al cociente y r al residuo. ¿Cuántos números de 5 dígitos hay tal que $k + r$ es divisible entre 11?

- (a) 8080
- (b) 808
- (c) 8181

- (d) 9090
 - (e) 909
8. Escribimos el número 3×2019 como $a^2 - b^2$ donde a y b son enteros positivos. ¿Cuál es el valor mínimo de $a^2 + b^2$?

- (a) 6057
- (b) 673
- (c) 18343625
- (d) 2038185
- (e) 226505

3. Combinatoria

9. El total de números de cuatro cifras que empiezan en 4, terminan en 8 y que son divisibles por 9, es:

- (a) 8
- (b) 10
- (c) 12
- (d) 14
- (e) 16

10. En una caja hay 5 tarjetas marcadas con los números del 1 al 5. Lina saca una a una las tarjetas y en el orden en que van saliendo las alinea de izquierda a derecha para formar un número de 5 cifras. La probabilidad de que este número sea par y además, su cifra de las decenas sea par, es:

- (a) 1/6
- (b) 1/10
- (c) 1/12
- (d) 2/25
- (e) 1/15

11. En un restaurante, el cliente puede elegir para su almuerzo, dos de cinco carnes, tres de seis vegetales y dos de tres postres. ¿Cuántos menús diferentes puede formar si selecciona el número especificado en cada grupo?

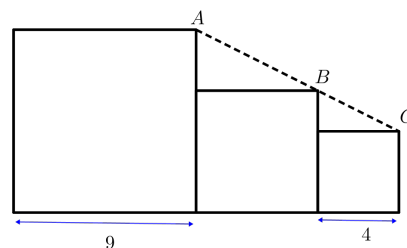
- (a) 34
- (b) 90
- (c) 180
- (d) 600
- (e) 1200

12. Un reloj digital da la hora mostrando cuatro dígitos. Por ejemplo, cuando es media noche el muestra 00:00 y cuando falta un minuto para la media noche él muestra 23:59. El número de veces por día, que la hora mostrada está formada por cuatro dígitos pares es:

- (a) 60
- (b) 120
- (c) 180
- (d) 250
- (e) 105

4. Geometría

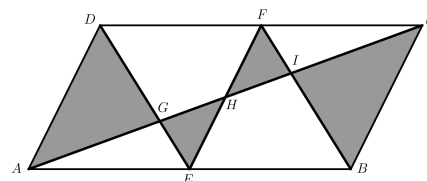
13. En la figura se observan tres cuadrados. El más grande tiene lados de longitud 9 y el más pequeño tiene lados de longitud 4.



Si los vértices A, B y C están sobre una misma recta, entonces la longitud de los lados del cuadrado mediano es:

- (a) 5
- (b) 11/2
- (c) 6
- (d) 13/2
- (e) 7

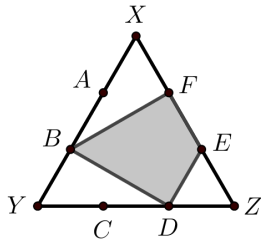
14. Si el paralelogramo ABCD tiene un área de 1 m^2 y los puntos E y F son los puntos medios de los lados AB y CD respectivamente.



¿Qué área tiene la región sombreada?

- (a) 5/24
- (b) 5/12
- (c) 5/6
- (d) 5/18
- (e) 1/6

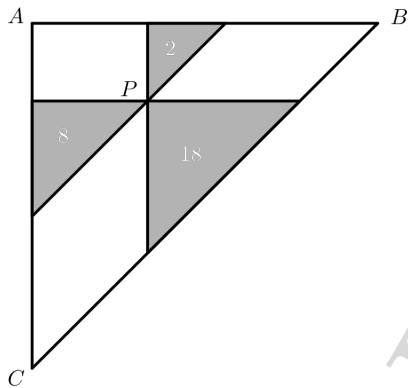
15. En un triángulo equilátero, XYZ, se dividen los lados en tres partes iguales. Llamemos a los puntos de las divisiones A, B, C, D, E y F como se muestra en la figura.



Determine el área de la figura sombreada, sabiendo que el área del triángulo XYZ es 18 cm^2 .

- (a) 4.5
- (b) 6
- (c) 8
- (d) 10
- (e) 12

16. Por un punto P en el interior del triángulo rectángulo ABC se trazan segmentos paralelos a los lados del triángulo. Las áreas de los triángulos sombreados son 2, 8, 18 como se indica en la figura.



El área del triángulo ABC es:

- (a) 54
- (b) 64

- (c) 72
- (d) 84
- (e) 90

5. Preguntas abiertas

17. (Lógica) En la clase hay 100 estudiantes, hay 50 estudiantes que juegan fútbol, 45 juegan baloncesto y 50 juegan voleibol. Solo 15 estudiantes juegan los tres deportes. Cada uno juega al menos uno de los tres deportes. ¿Cuántos de estos estudiantes juegan exactamente dos de estos deportes?

18. (Álgebra) Encuentre el resultado de la siguiente suma:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

19. (Combinatoria) Hay 70 lapiceros en una caja: 20 son rojos, 20 son verdes, 20 son amarillos y de los restantes algunos son negros y los otros blancos. La cantidad mínima de lapiceros que debemos extraer de la caja, sin mirarlos, para tener la seguridad de que entre ellos habrá 10 lapiceros del mismo color es:

20. (Geometría) ¿Cuál es el área, en m^2 , del rectángulo que tiene como lado la diagonal BD del rectángulo de lados 3 y 4 m, y que tiene el vértice A en su perímetro?

