1. Lógica

1. Juan tiene dos recipientes vacíos idénticos y un vaso pequeño. Primero, Juan llena el recipiente 1 hasta el tope con agua, y como tiene sed, bebe dos vasos de agua (tomada del recipiente 1). Después llena completamente el recipiente 2 con agua, pero como no le gusta que esté lleno, vierte un vaso del agua del recipiente 2 al recipiente 1. ¿Cómo se compara la cantidad de agua en el recipiente 1 con la cantidad de agua en el recipiente 2?

(a) Son iguales
(b) Hay más agua en 2
(c) Hay más agua en 1
(d) No puede saberse
(e) Hay el doble de agua en el recipiente 2

2. Miguel compró una bolsa con 2005 caramelos de 5 colores; 390 eran blancos, 396 amarillos, 402 rojos, 409 verdes y 408 cafés. Miguel decidió luego comerse los caramelos de la siguiente forma: sin mirar, sacaba tres caramelos de la bolsa, si los tres eran del mismo color, se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así hasta que sólo quedó un caramelo en la bolsa. ¿De qué color era ese caramelo?

(a) Amarillo
(b) Verde
(c) Café
(d) Blanco
(e) Rojo

3. En la avenida Lógica hay cinco casas (A, B, C, D, E) que están en línea recta. Cuatro encuestadores (Marcos, Nancy, Omar, Paula) deben visitar, cada uno, solo una de las cinco casas y hacerlo teniendo en cuenta que:

- Marcos y Nancy deben estar separados por una casa.
- Omar y Paula deben estar separados por dos casas.
- La misma casa no puede ser visitada por dos encuestadores.

Se tiene la certeza que:

(a) Paula visitó la casa C
(b) Omar NO visitó la casa B
(c) Paula visitó la casa E
(d) Nancy NO visitó la casa D
(e) Marcos visitó la casa A

4. Camilo tiene una chocolatina de 18 cm. Debido a que la iba repartir entre sus 6 amigos, marcó la chocolatina de modo que todos tuvieran la misma cantidad, pero como a dos de ellos no le gusta el chocolate, entonces marcó la chocolatina en pedazos de a 4 cm, dejando un pedazo de 2 cm para él. Si por error Camilo partió la chocolatina en los pedazos marcados, entonces la longitud que más se repitió fue:

(a) La de 1 cm
(b) La de 2 cm
(c) La de 3 cm
(d) La de 4 cm
(e) La misma cantidad de pedazos por cada longitud

2. Álgebra

5. La suma de dos enteros positivos es 4 veces el número más pequeño. La diferencia positiva de sus cuadrados es 8 veces mayor que el número más grande. ¿Cuál es el producto de los dos números?

(a) 12
(b) 13
(c) 15
(d) 24
(e) 27

6. Una caja rectangular cerrada tiene una superficie de 1000 cm^2. Su longitud es el doble del ancho, además, su altura es seis veces su ancho. ¿cuál es el volumen de la caja?

(a) 1000 cm^3
(b) 1500 cm^3
(c) 1700 cm^3
(d) 1900 cm^3
(e) 2000 cm^3

7. Si $\dfrac{x-y}{x+y} = \dfrac{9}{13}$, encuentre el valor de $\dfrac{x^2}{y^2}$.

(a) $\dfrac{121}{4}$

(b) $\dfrac{120}{7}$

(c) $\dfrac{123}{2}$

(d) $\dfrac{25}{4}$

(e) $\dfrac{120}{3}$

8. Sara estaba escribiendo en las casillas de un tablero 95 por 95 los múltiplos positivos de 4, en orden ascendente, conforme la siguiente figura:

4	8	12	16	20	$\cdots$	376	380
760	756	752	748	744	$\cdots$	388	384
764	$\longrightarrow$	$\longrightarrow$	$\longrightarrow$	$\longrightarrow$	$\cdots$	$\longrightarrow$	$\longrightarrow$
$\longleftarrow$	$\longleftarrow$	$\longleftarrow$	$\longleftarrow$	$\longleftarrow$	$\cdots$	$\longleftarrow$	$\longleftarrow$
$\vdots$							
							U

El número que Sara escribió donde se encuentra la letra U es:

(a) 35192

(b) 35196

(c) 36100

(d) 36104

(e) 36108

3. Combinatoria

9. Los números 9, b, c, d, 9 son los primeros cinco términos en una secuencia. A partir de c, cada término es la suma de los dos términos anteriores. Encuentre el valor de d.

(a) 3

(b) 5

(c) 8

(d) 9

(e) 11

10. Si

$$a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \quad \text{Para cada } n \geq 1$$

Encontrar el valor de la suma $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2019}$.

(a) 2019

(b) $\dfrac{2017}{2018}$

(c) $\dfrac{2018}{2019}$

(d) $\dfrac{2021}{2022}$

(e) $\dfrac{2019}{2020}$

11. Miguel compró una bolsa con 1648 caramelos de 5 colores; 390 eran blancos, 39 amarillos, 402 rojos, 409 verdes y 408 cafés. Miguel decidió luego comerse los caramelos de la siguiente forma: sin mirar, sacaba tres caramelos de la bolsa, si los tres eran del mismo color, se los comía, si no, los regresaba a la bolsa. Continuó así hasta que sólo quedó un caramelo en la bolsa. ¿De qué color era ese caramelo?

(a) Amarillo

(b) Gris

(c) Café

(d) Blanco

(e) Verde

12. En una caja grande hay 6 cajas medianas, dentro de cada una hay tres cajas pequeñas y dentro de estas, hay dos cajas más pequeñas. El número total de cajas es:

(a) 60

(b) 61

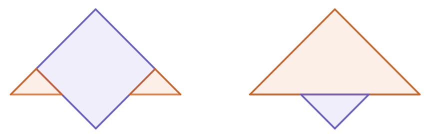
(c) 62

(d) 63

(e) 64

4. Geometría

13. Un triángulo rectángulo isósceles y un cuadrado están sobrepuestos. En la figura izquierda el cuadrado oculta el 80 % del triángulo, cuando los papeles se invierten, como se muestra en la figura de la derecha, solo el 15 % del área del cuadrado es visible.



Si el cuadrado mide 4×4 cm, ¿cuál es el área del triángulo?

(a) 12 cm^2

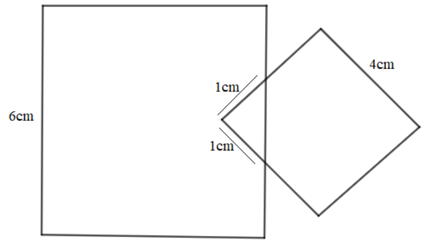
(b) 15 cm^2

(c) 17 cm^2

(d) 20 cm^2

(e) 20.4 cm^2

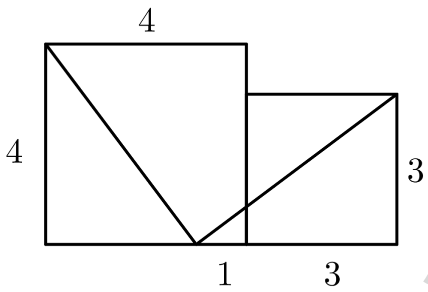
14. Dos cuadrados de lados 6cm y 4cm se superponen como lo muestra la figura.



¿Cuál es la suma entre las áreas que no se superponen?

(a) 58 cm^2
(b) 57 cm^2
(c) 51 cm^2
(d) $\frac{97}{2}$ cm^2
(e) 73 cm^2

15. Los cinco trozos en que hemos cortado estos dos cuadrados los hemos re-colocado sin superponer para formar un cuadrado compacto mayor. ¿Cuál es el perímetro de este nuevo cuadrado?



(a) 28
(b) 25
(c) 21
(d) 20
(e) 18

16. Camilo posee dos terrenos en forma de cuadrado, uno en Bello y otro en Caldas. Camilo notó que aunque aumentara 2 km a cada lado del terreno en Bello, el de Caldas tendría 44 km^2 más. Recientemente ha cercado ambos terrenos y notó que se gastó 80 km de malla. Si calculamos la cantidad de km^2 que posee Camilo se obtiene:

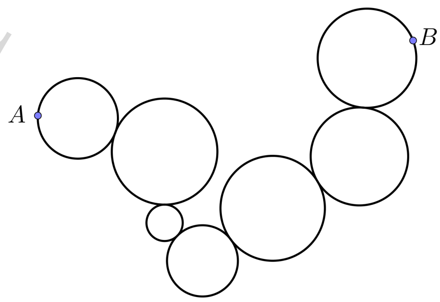
(a) 200 km^2
(b) 208 km^2
(c) 320 km^2
(d) 4200 km^2
(e) 8000 km^2

5. Preguntas abiertas

17. (Lógica) P y Q representan dígitos en la base 10 y $77P + 6QP + QQP = 1PP7$, entonces el valor de $P + Q$ es:

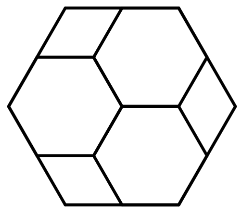
18. (Álgebra) Suponga que a y b son enteros positivos y que los cuatro números $a+b$, $a-b$, $a\times b$, $a\div b$ son todos enteros positivos diferentes. ¿Cuál es el menor valor posible de $a+b$?

19. (Combinatoria) Los siete círculos de la figura son tangentes.



¿De cuántas formas podemos llegar de A a B si sólo es permitido caminar por arcos de circunferencia?

20. (Geometría) Dividimos un hexágono regular en tres hexágonos regulares iguales y tres rombos iguales, como se muestra en la figura.



Si el área del hexágono grande es 480 cm^2, el área de cada rombo, en cm^2, es: