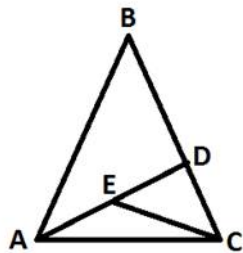


GRADO UNDÉCIMO

**Nota:** La prueba consta de 12 problemas, 8 de selección múltiple y 4 que requieren justificación por parte del estudiante, cada uno de los 8 primeros problemas tendrá un valor de una unidad; y cada uno de los 4 últimos problemas tendrá un valor de 3 unidades. La duración de la prueba es de 2 horas.

**Problemas de selección múltiple con única respuesta**

- El valor de la suma  $2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + 4 \times 2^4 + \dots + 10 \times 2^{10}$  es:  
a)  $9 \times 2^{11}$     b)  $10 \times 2^{11}$     c)  $11 \times 2^{10}$     d)  $11 \times 2^{11}$
- Pablo y su hermana salen al mismo tiempo de casa para la escuela. Pablo va en bicicleta, a una velocidad promedio de 18 kilómetros por hora y su hermana va en una moto. Ella llega 20 minutos antes que Pablo. En este momento, los kilómetros que le faltan a Pablo para llegar son:  
a) 8    b) 6    c) 9    d) 18
- En la sucesión  $7, 7^2, \dots, 7^{2012}$  la cantidad de números que tienen al 3 como su último dígito es:  
a) 503    b) 670    c) 251    d) 483
- El triángulo  $ABC$  es isósceles, con  $AB = BC$ , y el ángulo  $B$  de  $40^\circ$ . Los triángulos  $ADC$  y  $DEC$  son también isósceles, con  $AD = AC$  y  $ED = DC$ . El ángulo  $AEC$  mide:



A)  $120^\circ$     B)  $130^\circ$     C)  $135^\circ$     D)  $125^\circ$

- Los niños Cami, Dani, Fer y Juli hacen las siguientes afirmaciones:  
a) Cami dice: Dani, Fer y Juli son chicas  
b) Dani dice: Cami, Fer y Juli son chicos  
c) Fer dice: Cami y Dani están mintiendo  
d) Juli dice: Cami, Dani y Fer dicen la verdad

La cantidad de niños que dicen la verdad es:

a) 0    b) 1    c) 2    d) 3

- Si  $a$  y  $b$  son números reales tales que  $0 < a \leq 1$  y  $0 < b \leq 1$ , el mayor valor de la fracción  $\frac{ab}{a+b}$  es:  
a)  $\frac{1}{4}$     b)  $\frac{1}{3}$     c)  $\frac{1}{2}$     d) 1

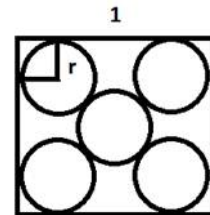
- Sea  $f$  una función tal que a cada número entero positivo le asigna su último dígito, por ejemplo  $f(321) = 1$ . Sean  $a = 2^{11}$  y  $b = 8^{11}$ . De las siguientes afirmaciones la única falsa es:

a)  $f(a) = f((f(b))^3)$     b)  $f(a) = f((f(b))^5)$   
c)  $f(b) = f((f(a))^3)$     d)  $f(a) = f((f(a))^5)$

- La cantidad de elementos del mayor subconjunto de  $\{1, \dots, 25\}$  que no contiene dos números distintos cuyo producto es un cuadrado perfecto es:  
a) 18    b) 17    c) 16    d) 15

**Problemas para justificar**

- En una clase de 36 alumnos, todos tienen alturas diferentes. El más bajo de los niños es más alto que cinco niñas, el segundo niño más bajo es más alto que seis niñas, el tercer niño más bajo es más alto que siete niñas y así sucesivamente. Observando que el más alto de los niños es más alto que todas las niñas, determine la cantidad de niñas que hay en la clase.
- Se tienen 18 tarjetas y en cada una de ellas se escribe el número 4 ó el número 5. Si la suma de los 18 números es divisible por 17, determine la cantidad de tarjetas en las que se escribió el número 4.
- En un cuadrado de radio 1 se inscriben cinco circunferencias de radio  $r$



Determine el valor de  $r$

- Un profesor realiza un examen de 6 preguntas para 18 estudiantes. Cada pregunta vale 0 ó 1 punto y no hay puntuaciones parciales. Después de la prueba el profesor hace la siguiente tabla para organizar las notas, donde cada fila representa un estudiante y cada columna representa una pregunta:

Preguntas → Estudiantes ↓	1	2	3	4	5	6
Andrés	0	1	1	1	1	0
Bernardo	1	1	1	0	0	1
Cristobal	0	1	1	1	1	0
⋮						

Si cada estudiante contestó correctamente 4 preguntas y cada pregunta tubo la misma cantidad de aciertos  $m$ , determine el valor de  $m$ .

1