



OLIMPIADAS DE MATEMATICA, 2014.  
Universidad de Antioquia  
Taller Segunda Fase.

**AVISO:** Los textos aquí publicados son responsabilidad total de sus creadores. Estos son materiales en construcción.

Errores y/o comentarios por favor comunicarlos a: [olimpiadasmaticas@udea.edu.co](mailto:olimpiadasmaticas@udea.edu.co)

## 1. Problemas de aplicación del CONTEXTO.

En la siguiente lista de problemas pon a prueba tus conocimientos sobre las propiedades, resultados y herramientas aprendidas en los CONTEXTOS. Intenta siempre dar una justificación a tu respuesta.

1. La diferencia  $4^6 - 2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8 + 2^8$  es igual a

- a) 2    b)  $2^6$     c)  $2^8$     d)  $2^3$     e)  $2^{11}$

2. Si  $2 \cdot 2^{6x} = 16^x + 8^4$  el valor de  $x$  es

- a) 1    b) 2    c) 3    d) 4    e) 5

3. ¿Como usarías la fórmula de la expansión del binomio para probar que las filas del triángulo de Pascal corresponde a la cantidad de subconjuntos de un conjunto con  $n$  elementos, esto es,  $2^n$  subconjuntos?

4. Si  $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$  entonces  $n$  es igual a:

- a) 13    b) 14    c) 15    d) 16    e) 17

5. ¿Para cuántos enteros  $t$  la fracción

$$\frac{1020}{t^2 - 5}$$

es un entero positivo?

- a) 2    b) 3    c) 4    d) 6    e) 1

6. Calcula las siguientes sumas

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \quad \sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

7. Una función con valores reales definida en los enteros satisface  $f(n) - (n+1)f(1-n) = (n+1)^2$  entonces el valor de  $f(1)$  es igual a:

- a) 1    b) -5    c) -6    d) 0    e) 2

8. Una función  $f$  es dada por los valores siguientes

<b>x</b>	1	2	3	4	5
<b>f(x)</b>	5	1	4	2	3

Por ejemplo,  $f(1) = 5$ . El valor de  $\underbrace{f(f(\dots(f(f(3))))\dots)}_{2014 \text{ veces}}$  es

- a) 1    b) 2    c) 3    d) 4    e) 5

9. Intenta probar que la suma de los ángulos interiores de un polígono regular de  $n$  lados es  $\pi \times (n-2)$  o  $180^\circ \times (n-2)$  y la cantidad de diagonales y ángulos interiores es de  $\frac{n \times (n-3)}{2}$  y  $\pi \times \frac{n-2}{n}$  o  $180^\circ \times \frac{n-2}{n}$ , respectivamente.