



OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS
TALLER: NOVENO

1. Lógica

1. El candado de Carlos tiene una clave de 3 dígitos. Carlos olvidó la clave del candado pero sabe que los tres dígitos son diferentes y que la primera cifra es igual al cuadrado de la razón de la segunda y la tercera cifra. ¿Cuántas claves de tres dígitos cumplen estas condiciones?

- (a) 1
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5
- (e) 7

2. Andrés, José, Camilo, Esteban, Juan y Antonio se sentaron alrededor de una mesa circular en la biblioteca. Ni Andrés, ni José, ni Camilo se sentaron uno junto a otro. Además, los nombres de cualquiera dos personas que estaban sentados juntos empezaban con letras distintas. ¿Quién estaba sentado en la posición opuesta a Camilo?

- (a) Andrés
- (b) José
- (c) Esteban
- (d) Antonio
- (e) Juan

3. María, Fernando y Santiago deben adivinar un número de tres dígitos. Los números dados por cada uno de ellos, en ese orden son: 221; 122; 112. Si se sabe que uno de ellos acertó el número, otro falló solo en la posición de un dígito y el otro falló en las tres posiciones de los dígitos, entonces quién (quienes) acertó (acertaron) el último dígito del número es (son):

- (a) María
- (b) Fernando y Santiago
- (c) María y Fernando
- (d) Santiago
- (e) Fernando

4. Julián, María, Nicolás y Luisa tienen cada uno un animal, de entre los siguientes: un gato, un perro, una serpiente y un canario. María tiene un animal de pelo, Luisa uno de cuatro patas, Nicolás un pájaro y se sabe que a Julián y María no les gustan los gatos. ¿Cuál de las siguientes frases NO es verdadera?

- (a) Luisa tiene Perro
- (b) Julián tiene una serpiente
- (c) Nicolás tiene un canario
- (d) María tiene un perro
- (e) No hay suficiente información

2. Álgebra

5. $2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b$ es divisible por $x^2 + x - 2$. El valor de a/b es:

- (a) -2
- (b) $-3/2$
- (c) $3/5$
- (d) 1
- (e) 5

6. Dado que $2^x = 8^{y+1}$ y $9^y = 3^{x-9}$. ¿Cuál es el valor de $x + y$?

- (a) 15
- (b) 18
- (c) 20
- (d) 25
- (e) 27

7. El valor del producto:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$$

es:

- (a) $-\frac{7}{18}$
- (b) $\frac{11}{10}$
- (c) $\frac{11}{20}$
- (d) 100
- (e) $\frac{9}{23}$

8. Una función $f(n)$ definida para todo entero positivo tiene la propiedad que $f(m) + f(n) = f(mn)$ para cada par de enteros positivos m y n . Si $f(2) = \frac{19}{3}$, $f(3) = 200$ y $f(5) = 500$. ¿Cuál es el valor de $f(9000)$?

- (a) 2019
- (b) 2020
- (c) 1919
- (d) 1178
- (e) 2222

3. Combinatoria

9. El departamento de matemáticas consta de 9 hombres y 11 mujeres, incluido un matrimonio, el Sr. y la Sra. Zapata. Se elige al azar un comité conformado por 3 hombres y 3 mujeres, ¿Cuál es la probabilidad de que la pareja forme parte del comité?

- (a) $\frac{1}{11}$
- (b) $\frac{28}{84}$
- (c) $\frac{20}{80}$
- (d) $\frac{13}{30}$
- (e) $\frac{5}{36}$

10. Enrique e Isabel están jugando con 2 dados, cada dado tiene los números 1,2,3,5,7,11 en sus caras. Isabel gana si el producto de los dos números obtenidos es primo, Enrique gana si el producto no es primo ¿Cuál es la probabilidad de que Isabel gane?

- (a) $\frac{5}{36}$
- (b) $\frac{13}{36}$
- (c) $\frac{5}{18}$
- (d) $\frac{7}{12}$
- (e) $\frac{17}{36}$

11. Se tienen los dígitos: 0, 1, 2, 3, 4 y 5 ; y se forman números de tres dígitos. Si cada dígito se puede utilizar una sola vez. ¿Cuántos de estos números son mayores que 240?

- (a) 80
- (b) 37
- (c) 83
- (d) 67
- (e) 100

12. Camila crea un juego que llama el 3-cambio, el cual consiste en coger un número de tres cifras abc y crear el número cab . Si sabemos que Camila escribe un número de tres dígitos, cuya unidad es el número dos y tal que el 3-cambio es un número que es menor en 36 unidades que el original. ¿Cuánto es la suma de los dígitos del número?

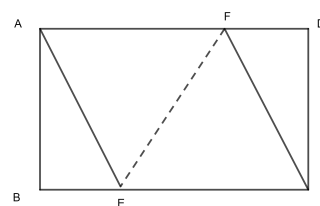
- (a) 5
- (b) 8
- (c) 9
- (d) 11
- (e) 15

4. Geometría

13. Cuatro estudiantes, Andrés, Beatriz, Claudia y Darío deben presentar un examen. El profesor sabe que a Andrés y Darío les gusta intercambiar información durante el examen, por lo cual nunca los sienta uno al lado del otro. Si los cuatro estudiantes son sentados en una mesa redonda, entonces el número de formas posibles en que el profesor los puede acomodar es:

- (a) 2
- (b) 4
- (c) 6
- (d) 7
- (e) 8

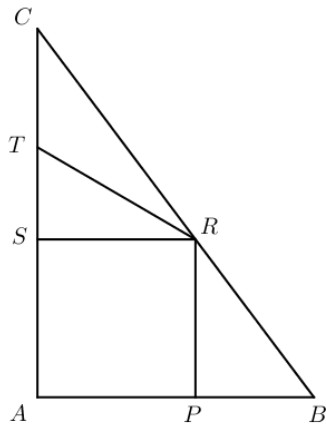
14. En los lados AD y BC del rectángulo ABCD, escoge los puntos F y E, respectivamente, tal que AECF sea un rombo. Si $AD = 16\text{cm}$ y $AB = 12\text{cm}$,



¿Cuánto mide EF?

- (a) 11
- (b) 12
- (c) 13
- (d) 14
- (e) 15

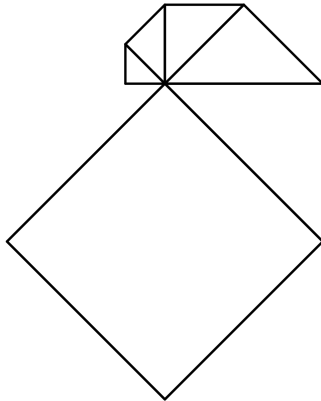
15. El triángulo ABC es rectángulo en A . Los puntos P, R, S y T pertenecen a los lados del triángulo ABC . $\overline{BP} = \overline{CT}$, $APRS$ es un cuadrado de 144 de área. ABR es un triángulo de 126 de área. ART es un triángulo de 114 de área.



¿Cuál es el área del triángulo ABC ?

- (a) 498
- (b) 384
- (c) 294
- (d) 270
- (e) 325

16. La siguiente figura se forma a partir de una sucesión de triángulos rectángulos isósceles en la que el segmento más corto mide 2 cm.



¿Cuál es el área total de la figura?

- (a) 95
- (b) 190
- (c) 69
- (d) 130
- (e) 36

5. Preguntas abiertas

17. (Lógica) En una fiesta había 4 muchachos y 4 muchachas. Los muchachos bailaron sólo con muchachas, y las muchachas bailaron sólo con muchachos. Luego de la fiesta se le preguntó a cada uno cuántas parejas de baile tuvieron. Los muchachos respondieron: 3, 1, 2 y 3. Tres de las muchachas dijeron: 2, 2 y 2. ¿Qué respondió la cuarta muchacha?

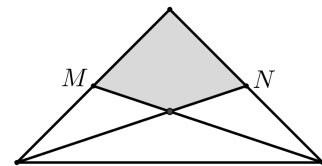
18. (Álgebra) Para a y b números enteros no negativos definimos la operación:

$$a * b = \frac{a + b}{2}.$$

El valor mínimo de x para que el número $3 * (x * 7)$ se pare:

19. (Combinatoria) El número de subconjuntos de $\{1, 2, 3, 4\}$ tal que la suma de sus elementos es mayor 5 es:

20. (Geometría) En la figura se observa un triángulo isósceles dividido en cuatro regiones de las que conocemos las áreas de los tres triángulos: 3, 3 y 6. Si M y N son los puntos medios de los lados iguales.



¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado?